

# 物 理

120 分

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は20ページ，答案用紙は3ページである。
3. 各答案用紙の上の枠内には，**受験番号**を記入し，下の枠内には，受験番号の**下2桁**の数字を忘れずに記入すること。
4. 解答はすべて各答案用紙の所定欄に明瞭に記入すること。
5. 各答案用紙の中で導出過程欄のある設問については，答に加えて導出過程を必ず記入すること。必要があれば，図を用いてもよい。
6. 問題冊子および答案用紙は切りはなさないこと。
7. 答案用紙に記入する受験番号の数字の字体は，下記の例にならい，明瞭に記入すること。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

試験問題は、つぎのページより始まります。

1 (50点)

図1のような、一辺の長さが $\ell$ の立方体である4つのブロック A, A', B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>のうちいくつかと、質量の無視できる伸び縮みしない糸を用いて実験を行う。AとA'は質量の無視できる立方体の一辺の midpoint に質量  $m$  の小球が取り付けられたものである。Aはすべての面が滑らかであるのに対して、A'は小球に接する2つの面の片方が滑らかではない。B<sub>1</sub>とB<sub>2</sub>はいずれも質量  $m'$  の均質な立方体である。重力加速度の大きさを  $g$  とする。必要であれば以下の公式を用いてよい。

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

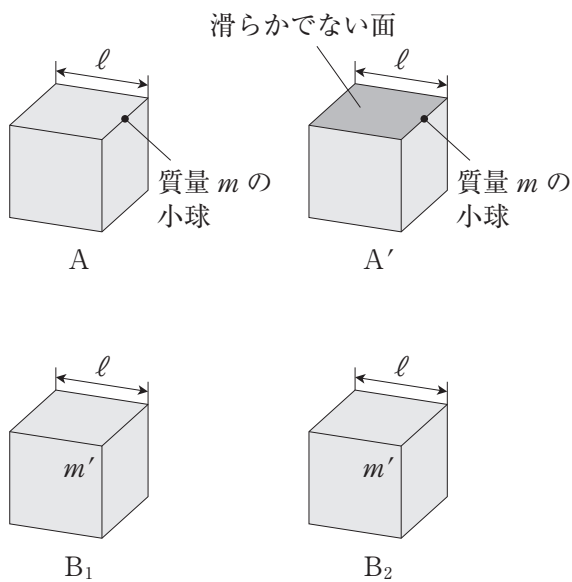


図1

- [A] 図2のように、水平な床の上に  $B_1$  と  $B_2$  を間隔  $\ell$  をあけて置き、互いにたるみなく糸で水平につないだ。 $B_1$  と  $B_2$  の上に、小球を下にした  $A$  を左右対称になるように静かに置いた。図2において3つのブロックの正面は同一の鉛直面内にある。また、糸は3つのブロックの中心を含む鉛直面内にある。ブロックどうし及びブロックと床の間に摩擦ははたらかない。 $B_1$  と  $B_2$  はいずれも傾くことはないとして、以下の問いに答えよ。

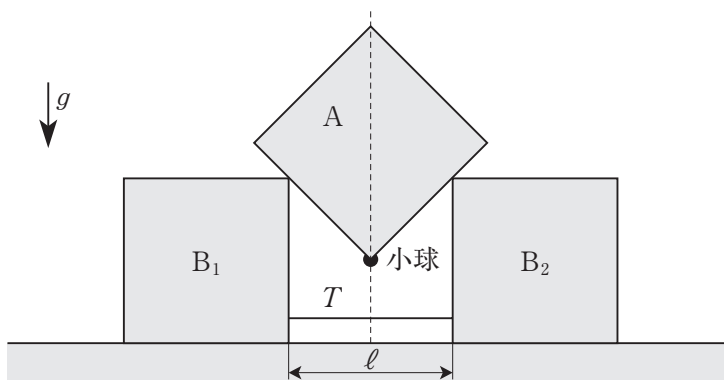


図2

- (a) 糸の張力の大きさ  $T$  を求めよ。

糸を静かに切ると、 $B_1$  と  $B_2$  の間隔が広がっていくとともに、 $A$  が向きを保ったまま下がっていき、 $B_1$  と  $B_2$  の間隔が  $\sqrt{2}\ell$  を超えたところで  $A$  は  $B_1$  と  $B_2$  から離れて落下した。運動中、切断された糸はブロックの運動を妨げないものとする。

- (b) 糸を切ったときから、 $A$  が  $B_1$  と  $B_2$  から離れるまでの間の  $A$  の移動距離を求めよ。
- (c)  $A$  が床に接触する直前の  $A$  の速さ  $v_A$  と  $B_1$  の速さ  $v_B$  を、 $g$ 、 $\ell$ 、 $m$ 、 $m'$  を用いて表せ。

[B] 図3のように、水平な床の上に  $B_1$  と  $B_2$  を間隔  $\ell$  をあけて置き、互いにたるみなく糸で水平につないだ。 $B_1$  と  $B_2$  の上に、小球を下にして滑らかでない面が  $B_2$  の辺に接するように  $A'$  を傾けて静かに置いた。図3において3つのブロックの正面は同一の鉛直面内にある。また、糸は3つのブロックの中心を含む鉛直面内にある。この鉛直面による  $A'$  の断面において、初めに  $A'$  が置かれたときに小球を含む対角線と鉛直線のなす角を  $\theta_0$  とする。 $|\theta_0| < \frac{\pi}{4}$  の場合のみを考える。図3のように小球が  $B_1$  よりも  $B_2$  に近いとき、 $\theta_0$  は正とする。 $\theta_0$  がある範囲内  $|\theta_0| \leq \theta_{\max}$  にあるとき、 $A'$  は静止し続け、 $|\theta_0| > \theta_{\max}$  である場合には  $A'$  は滑って向きを変化させた。 $A'$  と  $B_2$  の間の静止摩擦係数は  $\mu$  であり、床と  $B_1$ 、床と  $B_2$ 、 $B_1$  と  $A'$  の間には摩擦ははたらかない。 $B_1$  と  $B_2$  はいずれも傾くことはないとして、以下の問いに答えよ。

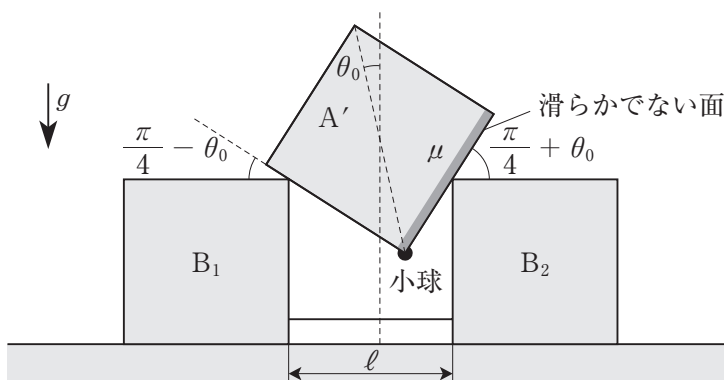


図3

- (d)  $|\theta_0| \leq \theta_{\max}$  のとき,  $A'$  が  $B_2$  に及ぼす垂直抗力の大きさ  $N_2$  を,  $g$ ,  $m$ ,  $\theta_0$  を用いて表せ。
- (e)  $|\theta_0| \leq \theta_{\max}$  のとき,  $A'$  が  $B_1$  に及ぼす垂直抗力の大きさ  $N_1$  を,  $\theta_0$ ,  $N_2$  を用いて表せ。
- (f)  $|\theta_0| \leq \theta_{\max}$  のとき,  $B_2$  が  $A'$  に及ぼす摩擦力の大きさ  $F$  を,  $g$ ,  $m$ ,  $\theta_0$  を用いて表せ。
- (g)  $\mu$  を  $\theta_{\max}$  を用いて表せ。

[C] 図4のように、水平な床の上に  $B_1$  と  $B_2$  を間隔  $\ell$  をあけて置き、互いにたるみなく糸で水平につないだ。加えて、 $B_2$  と壁を糸でたるみなく水平につなぎ、 $B_1$  は滑らかな滑車を通して質量  $M$  のおもりと糸でつないだ。滑車と  $B_1$  の間の糸は水平である。小球を下にした  $A$  を  $B_1$  と  $B_2$  の上に傾けて置き、静かに放す。 $M$  が十分大きく、 $B_1$  と  $B_2$  がいずれも静止したままである場合には、小球は床からの高さ  $\ell$  の点  $P$  を中心として単振り子と同じ運動をする。図4において3つのブロックの正面は同一の鉛直面内にある。また、点  $P$  及びすべての糸は3つのブロックの中心を含む鉛直面内にある。この鉛直面による  $A$  の断面において、小球を含む対角線と鉛直線のなす角を  $\theta$  とする。図4のように小球が  $B_1$  よりも  $B_2$  に近いとき、 $\theta$  は正とする。点  $P$  と小球を通る直線と鉛直線のなす角は  $2\theta$  である。ブロックどうし及びブロックと床の間に摩擦ははたらかない。 $B_1$  と  $B_2$  はいずれも傾くことはないとする。初めに  $A$  が置かれたときの  $\theta$  を  $\theta_0$  とし、 $|\theta_0| < \frac{\pi}{4}$  の場合のみを考える。以下の問いに答えよ。

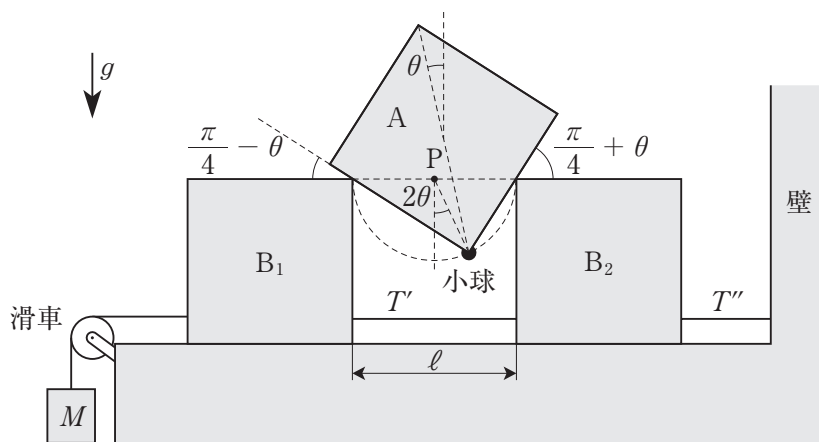


図4

まず、 $M$ が十分大きく、 $A$ の運動中、 $B_1$ と $B_2$ がいずれも静止したままである場合を考える。

(h) 単振り子と同じ運動をする小球の速さ  $v$  を、 $g$ ,  $l$ ,  $\theta$ ,  $\theta_0$  を用いて表せ。  
また、 $B_1$  が  $A$  に及ぼす力と  $B_2$  が  $A$  に及ぼす力の合力の大きさ  $G$  を、 $g$ ,  $m$ ,  $\theta$ ,  $\theta_0$  を用いて表せ。

(i)  $B_1$  と  $B_2$  をつなぐ糸の張力の大きさ  $T'$ 、及び  $B_2$  と壁をつなぐ糸の張力の大きさ  $T''$  を、 $G$ ,  $g$ ,  $M$ ,  $\theta$  を用いて表せ。

次に、いろいろな質量  $M$  のおもりを用いて実験すると、 $M$  がある値  $M_{\min}$  よりも大きい場合には運動開始時の角  $\theta_0$  を  $|\theta_0| < \frac{\pi}{4}$  の範囲でどのように選んでも  $B_1$  と  $B_2$  は動かないが、 $M_{\min}$  よりも小さい場合には  $\theta_0$  の値によっては  $A$  の運動中  $B_1$  と  $B_2$  の両方またはいずれかが動いた。

(j)  $M_{\min}$  を  $m$  を用いて表せ。



(下書き用紙)

(下書き用紙)

2 (50点)

図1のように、長さ  $r$  の導線  $ab$ ,  $cd$  と長さ  $\ell$  の導線  $bc$  を直角につないで作ったコの字形の導線  $X$  を、水平に固定された直線状の導線  $Y$  につり下げて作った長方形の回路  $abcd$  を考える。  $Y$  の区間  $ad$  の一部は電池、抵抗器、コイル、スイッチで作った装置  $Z$  で置き換えることができ、  $Y$  の両端は絶縁されている。  $X$  は  $Y$  を軸に滑らかに回転できるが、平行移動や変形をしないものとする。なお、  $Y$  と  $Z$  は動かない。  $ab$ ,  $cd$  の質量は無視でき、  $bc$  の質量は  $m$  であり、重力加速度の大きさを  $g$  とする。また、磁束密度の大きさが  $B$  である鉛直上向きの磁場が一様に存在している。導線の太さと電気抵抗、コイル以外の自己インダクタンス、電池の内部抵抗、空気抵抗はすべて無視できるものとする。

回路を流れる電流の正の向きを  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$  と定める。また、  $a$  を通る鉛直方向の直線と  $ab$  がなす角を  $\theta$  とし、  $a$  から  $b$  に向かう向きが鉛直下向きするとき  $\theta = 0$  であり、  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$  の向きに回る右ねじが進む向きを  $\theta$  の正の向きと定める。さらに、  $X$  の角速度を  $\omega$  とし、微小な時間  $\Delta t$  の間に  $\theta$  が  $\Delta\theta$  だけ変化するとき、  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$  である。

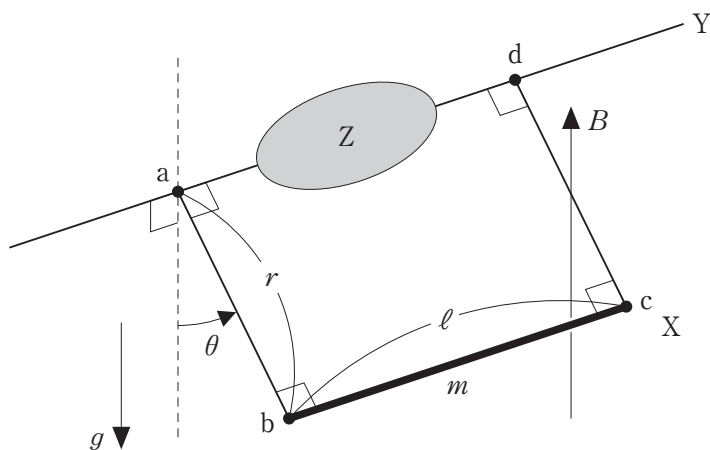


図1

- [A] 図2のように、電圧  $V$  の電池、抵抗値  $R$  の抵抗器、スイッチ  $S$  を使って  $Z$  を作り、 $ad$  の一部を置き換える。スイッチを  $p$  側に入れると抵抗器のみを通して、 $q$  側に入れると抵抗器と電池を通して回路が閉じる。電池は正の向きに電流を流そうとする向きに設置されている。以下の問いに答えよ。

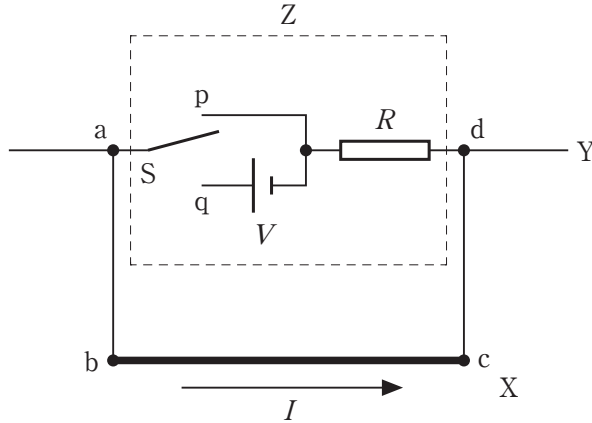


図2

- (a) まずスイッチを  $p$  側に入れ、 $X$  が水平になるように  $\theta = \frac{\pi}{2}$  の位置まで  $bc$  をゆっくり持ち上げた。回路に電流が流れていないことを確認してから  $bc$  を静かに放したところ、 $X$  は  $Y$  を軸に運動をした。ある時刻において回路を流れる電流  $I$  を、 $r, \ell, B, R, \theta, \omega$  のうち必要な記号を用いて表せ。
- (b) 問(a)において  $ab, bc, cd$  が磁場から受ける力の大きさ  $F_{ab}, F_{bc}, F_{cd}$  を、それぞれ  $r, \ell, B, |I|, |\theta|$  のうち必要な記号を用いて表せ。
- (c) 十分に長い時間が経つと、 $\theta = 0$  の位置で  $X$  は静止した。 $bc$  を放してから  $\theta = 0$  の位置で  $X$  が静止するまでの間に抵抗で発生したジュール熱  $Q$  を、 $r, \ell, m, g, B, R$  のうち必要な記号を用いて表せ。
- (d)  $\theta = 0$  の位置で  $X$  が静止した状態でスイッチを  $q$  側に入れたところ、 $X$  は  $Y$  を軸に運動をし、十分に長い時間が経つと  $\theta = \theta_1$  の位置で  $X$  は静止した。このとき  $\tan \theta_1$  を、 $r, \ell, m, g, B, V, R$  のうち必要な記号を用いて表せ。

- [B] 図3のように、自己インダクタンス  $L$  のコイルとスイッチ  $S$  を使って  $Z$  を作り、 $ad$  の一部を置き換える。スイッチを入れるとコイルを通して回路が閉じる。スイッチを切った状態で  $X$  が水平になるように  $\theta = \frac{\pi}{2}$  の位置まで  $bc$  をゆっくり持ち上げた。その後、スイッチを入れてから  $bc$  を静かに放したところ、 $X$  は  $Y$  を軸に  $\theta = \theta_2$  と  $\frac{\pi}{2}$  の間を往復する周期的な運動をした。以下の問いに答えよ。

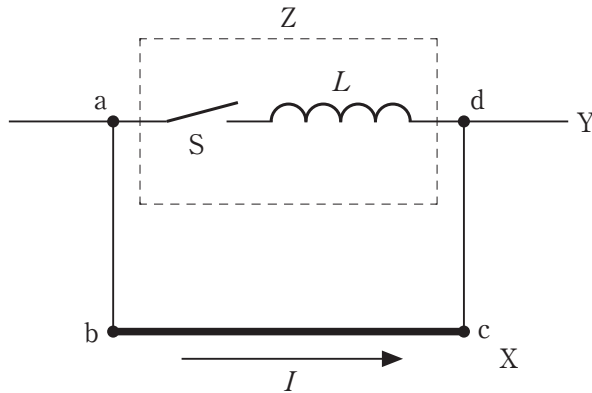


図3

- (e)  $\theta = \theta_2$  となる瞬間に回路を流れる電流  $I_2$  の大きさをエネルギー保存則から求め、 $r, \ell, m, g, L, \theta_2$  のうち必要な記号を用いて表せ。
- (f) 以下の文章中の空欄(ア)~(エ)にあてはまる数式または数値を答えよ。ただし、(ア)は  $r, \ell, B, L, \theta, \Delta\theta$ 、(イ)~(エ)は  $r, \ell, B, L$  のうち必要な記号を用いて表せ。

ある時刻から微小な時間  $\Delta t$  の間に  $\theta$  が  $\Delta\theta$  だけ変化するとき、電流  $I$  の変化  $\Delta I$  は  $\Delta I = \boxed{\text{ア}}$  と求まる。 $\theta$  が  $\Delta\theta$  だけ変化するときの  $\sin \theta$  の変化は  $\Delta\theta \cos \theta$  であることを用いると、 $I$  の変化と  $\boxed{\text{イ}} \times \sin \theta$  の変化は等しいことがわかる。よって、両者の差である  $C = I - \boxed{\text{イ}} \times \sin \theta$  は時刻によらない定数となる。特に  $\theta = \frac{\pi}{2}$  のとき  $I = \boxed{\text{ウ}}$  であることから、 $C = \boxed{\text{エ}}$  と定まるので、任意の時刻において  $I = \boxed{\text{イ}} \times \sin \theta + \boxed{\text{エ}}$  が成り立つ。

(g)  $\theta_2 = 0$  となるような磁束密度の大きさ  $B_0$  を,  $r, \ell, m, g, L$  のうち必要な記号を用いて表せ。ただし, 解が複数ある場合にはすべての解を列挙し, 解がない場合には「 $B_0 = \text{解なし}$ 」と解答せよ。

また,  $\theta_2$  を  $B$  の関数として表したグラフの概形として最も適切なものを図 4 の選択肢 ①～⑧ から選び, 番号で答えよ。

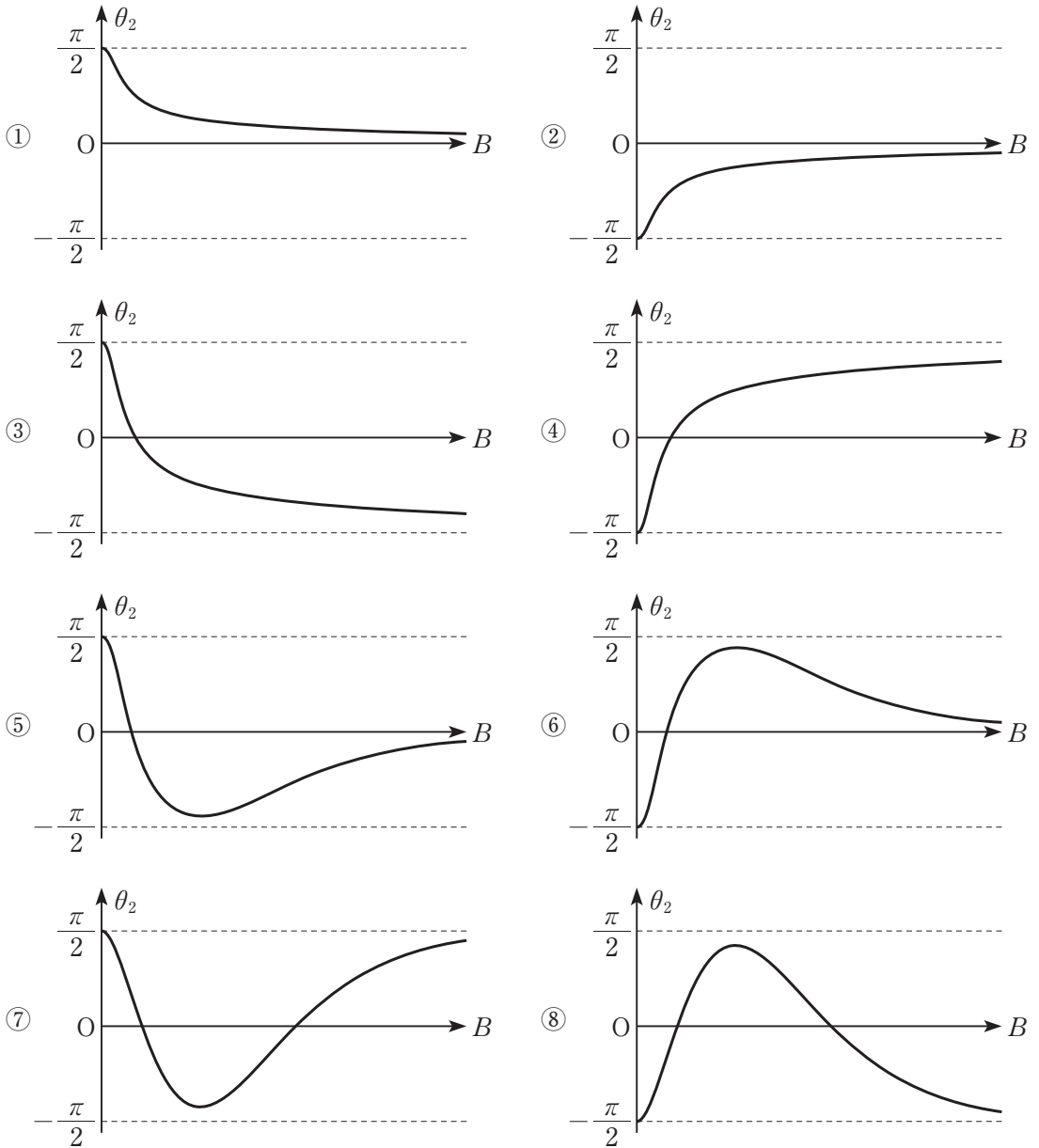


図 4

(下書き用紙)

(下書き用紙)



**3** (50点)

図1のようにシリンダーとピストン及び温度調節機からなる装置に理想気体 1 mol が封入されている。必要に応じて温度調節機により気体を加熱あるいは冷却するものとする。初期状態を体積  $V_0$ 、圧力  $p_0$ 、温度  $T_0$ (状態0)とする。状態0から図2に示す体積  $V_e$ ( $V_e > V_0$ )の状態への以下の3通りの変化を考える。

- ・定圧変化：変化後の体積  $V_e$ 、圧力  $p_1$ 、温度  $T_1$ (状態1)
- ・等温変化：変化後の体積  $V_e$ 、圧力  $p_2$ 、温度  $T_2$ (状態2)
- ・断熱変化：変化後の体積  $V_e$ 、圧力  $p_3$ 、温度  $T_3$ (状態3)

ここで、定圧モル比熱を  $C_p$ 、定積モル比熱を  $C_v$  とし、比熱比を  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ 、体積比を  $a = \frac{V_e}{V_0}$  とする。なお、シリンダーとピストンの間には摩擦はないものとする。さらに、気体はシリンダー及びピストンと熱のやり取りをしないものとする。

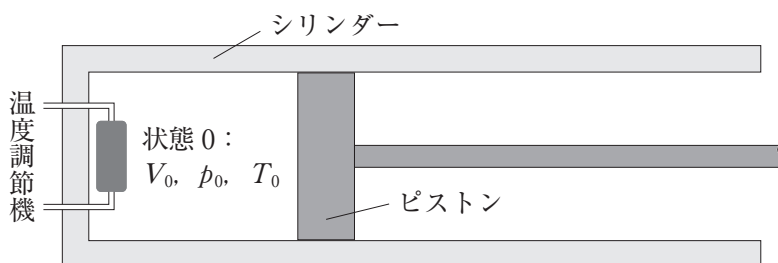


図1

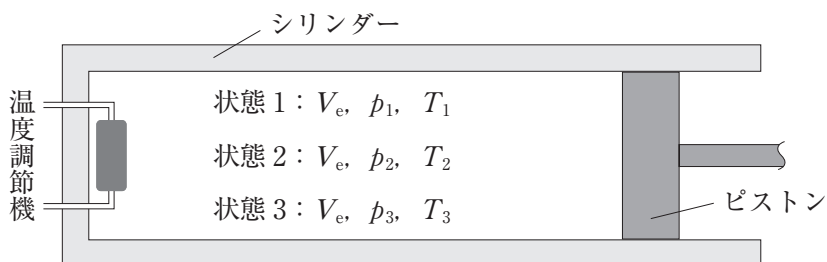


図2

[A] 定圧変化, 等温変化, 断熱変化において気体が外部にする仕事をそれぞれ  $W_p$ ,  $W_T$ ,  $W_A$  とし, 定圧変化及び等温変化において気体に加える熱量をそれぞれ  $Q_p$ ,  $Q_T$  とする。以下の問いに答えよ。

(a) 定圧変化, 等温変化, 断熱変化の概略を解答欄に  $p$ - $V$  図として描け。  
そして  $W_p$ ,  $W_T$ ,  $W_A$  の大小関係を不等式で表せ。

(b)  $\frac{W_p}{Q_p}$  及び  $\frac{W_T}{Q_T}$  を  $C_p$ ,  $C_V$  を用いた数式, あるいは数値で表せ。

[B] 状態 0 から状態 3 への断熱変化を用いた熱機関を考える。状態 0 から状態 3 への断熱変化の後, 圧力を  $p_3$  に保ちながら, 体積を  $V_e$  から  $V_0$  に戻す。ここで, 圧力  $p_3$ , 体積  $V_0$  の状態を状態 4 とし, その温度を  $T_4$  とする。その後, 体積を  $V_0$  に保ちながら気体に熱量  $Q$  を加え, 状態 4 から状態 0 に戻す。以下の問いに答えよ。

(c) 問[A]の  $W_A$  と  $Q$  の比  $\frac{W_A}{Q}$  を  $a$  と  $\gamma$  を用いて表せ。

(d) この熱機関の熱効率  $e_A$  は  $a$  と  $\gamma$  を用いると以下のように表される。空欄(ア)にあてはまる数式を答えよ。

$$e_A = 1 - \frac{\boxed{\text{(ア)}}}{a^\gamma - 1}$$

[C] 状態0から状態2への等温変化を用いた熱機関を考える。ここで状態0から状態2への等温変化において気体が外部にする仕事は  $p_0 V_0 \log_e a$  ( $e$  は自然対数の底) と表される。この等温変化後の状態2 (圧力  $p_2$ ) から、体積を  $V_e$  に保ちながら状態3 (圧力  $p_3$ ) まで変化させ、その後圧力を  $p_3$  に保ちながら体積を  $V_e$  から  $V_0$  に戻す。すなわち問[B]と同様に温度  $T_4$  の状態4まで変化させる。その後、体積を  $V_0$  に保ちながら気体に熱量  $Q$  を加え、状態4から状態0に戻る。以下の問いに答えよ。

(e) 状態2から状態3への変化において気体が放出する熱量  $Q_1$  を  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $\gamma$ ,  $a$  を用いて表せ。ただし、気体が熱を吸収する場合には熱量は負とする。

(f) この熱機関の熱効率  $e_T$  は  $a$  と  $\gamma$  を用いると以下のように表される。空欄 (イ) と (ウ) にあてはまる数式を答えよ。

$$e_T = \frac{a^\gamma \log_e a + \boxed{\text{(イ)}}}{\boxed{\text{(ウ)}}$$

[D] 状態0から状態1への定圧変化を用いた熱機関を考える。この定圧変化後の状態1 (圧力  $p_1$ ) から、体積を  $V_e$  に保ちながら状態3 (圧力  $p_3$ ) まで変化させ、その後圧力を  $p_3$  に保ちながら体積を  $V_e$  から  $V_0$  に戻す。すなわち、問[B]及び問[C]と同様に温度  $T_4$  の状態4まで変化させる。その後、体積を  $V_0$  に保ちながら気体に熱量  $Q$  を加え、状態4から状態0に戻す。以下の問いに答えよ。

(g) この熱機関の熱効率  $e_p$  は  $a$  と  $\gamma$  を用いると以下のように表される。空欄(工)にあてはまる数式を答えよ。

$$e_p = \frac{(\gamma - 1)(a - 1)(a^\gamma - 1)}{\boxed{\text{(工)}}}$$

(h)  $a = 10$  及び  $\gamma = \frac{5}{3}$  として、この熱機関の熱効率  $e_p$  と、問[B]及び問[C]における熱機関の熱効率  $e_A$  と  $e_T$  の3つの大小関係を不等式で表せ。必要に応じて、

$$10^{\frac{5}{3}} \doteq 46, \quad 0.1^{\frac{5}{3}} \doteq 0.022, \quad \log_e 10 \doteq 2.3$$

であることを用いてよい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)